MATEMÁTICAS GRADO NOVENO

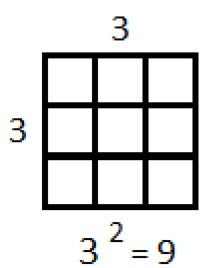
PRIMERA PARTE

TEMA 1: PRODUCTOS NOTABLES

CONCEPTO: DEFINICIONES BÁSICAS: Los productos notables son productos algebraicos que pueden ser resueltos por simple inspección, esto quiere decir que aplicamos procesos mentales que nos ayudan a determinar el resultado sin necesidad de escribir todo el proceso.

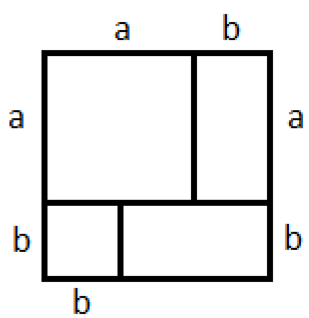
Los productos notables más utilizados son:

CUADRADO DE LA SUMA DE DOS CANTIDADES: En este caso podemos asociar el proceso con la implicación geométrica de la expresión “cuadrado”. El cuadrado de un número implica que se forma un cuadrado cuyo lado es la medida del número, por ejemplo:



En este caso, al elevar el número tres al exponente dos, lo que hacemos es trazar un cuadrado cuyo lado mide tres unidades, como resulta obvio gráficamente, se forman 9 cuadrados al interior de la figura.

Cuando lo que vamos a elevar al cuadrado son expresiones algebraicas, hacemos un razonamiento similar, en términos generales, denominaremos “a” al primer término del binomio y “b” al segundo término del binomio (a + b). Queremos elevar este binomio al cuadrado: $(a + b)^2$. Gráficamente quedaría:



Trazamos primero un cuadrado de lado a, y queremos formar un cuadrado cuyo lado mida a + b, prolongamos ambos lados del cuadrado; al hacer esto obtenemos dentro de la figura cuatro polígonos:

Un cuadrado de lado a, cuya área sería a^2.

Dos rectángulos: ambos rectángulos tienen la misma área (a*b) por lo cual el área de los dos sería 2ab.

Un cuadrado de lado b, cuya área sería b^2.

Por ello cuando hablamos de este producto notable decimos: El cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, más dos veces la primera cantidad por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad. En símbolos:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

EJEMPLOS:

- $(3x + 1)^2 \Rightarrow$ Primera cantidad a = 3x; segunda cantidad b = 1

  $= (3x)^2 + 2(3x)(1) + (1)^2$

  $= 9x^2 + 6x + 1$ (RESPUESTA)

❖ $\left(\frac{2x^2}{3} + 9y^2\right) \Rightarrow Primera\ cantidad\ a = \frac{2x^2}{3}; segunda\ cantidad\ b = 9y^2$

$$= \left(\frac{2x^2}{3}\right)^2 + 2\left(\frac{2x^2}{3}\right)(9y^2) + (9y^2)^2$$

$$= \frac{4x^4}{9} + \frac{36x^2y^2}{3} + 81y^4$$

$= \frac{4x^4}{9} + 12x^2y^2 + 81y^4$ (RESPUESTA)

Importante: Cuando se eleva al cuadrado una fracción lo que hacemos es aplicar el exponente tanto al numerador como al denominador.

Cuando se multiplica un entero por una fracción, multiplicamos el entero por el numerador de la fracción y dejamos el mismo denominador.

Al realizar operaciones con fracciones, antes de dar la respuesta debemos simplificar por eso en la respuesta cambiamos el coeficiente del segundo término.

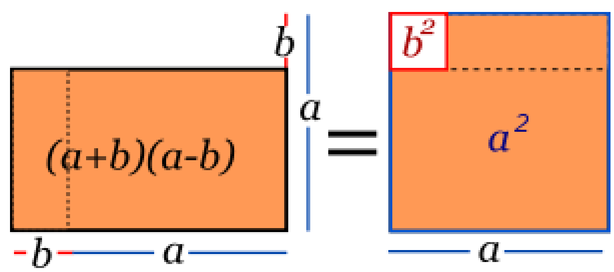
CUADRADO DE LA DIFERENCIA DE DOS CANTIDADES: Una vez asimilado el proceso para el cuadrado de la suma de dos cantidades podemos hacernos una idea geométrica de la implicación del cuadrado de la diferencia de dos cantidades. En este caso lo que pensamos es en trazar un cuadrado al cual le restaremos después una porción de cada lado para trazar uno más pequeño. En el enlace que aparece a continuación está la explicación gráfica (aparecen también ejemplos):

http://www.youtube.com/watch?v=YLiuBZrfX_E

En resumen el cuadrado de la diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, menos dos veces la primera cantidad por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad. Simbólicamente:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE DOS CANTIDADES: En este caso lo que hacemos es trazar un rectángulo cuya base mide a + b y cuya altura es a – b.



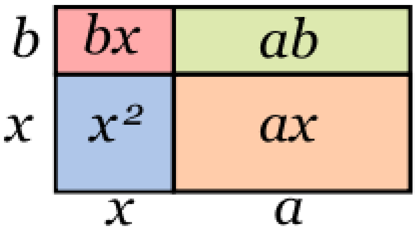
Gráficamente se logra demostrar que después de trazar el rectángulo podemos “recortar” el rectángulo ubicado, en este caso, a la izquierda para formar un cuadrado de lado. Vemos que para que se forme el cuadrado queda faltando justamente un cuadrado de lado b. Simbólicamente:

$$(a-b)^2 = a^2 - b^2$$

EJEMPLOS:

❖ $(4x^3 + 7y^3)(4x^3 – 7y^3) = (4x^3)^2 – (7y^3)^2 = 16x^6 – 49y^6$
❖ $(13m^4 – 5n^6)(13m^4 + 5n^6) = (13m^4)^2 – (5n^6)^2 = 169m^8 – 25n^{12}$

PRODUCTO DE DOS BINOMIOS DE LA FORMA (X + A)(X + B): En este producto notable debemos tener en cuenta que al desarrollar el producto obtendremos un trinomio. El primer término de los dos binomios es el mismo (incluso puede tener exponente), y el coeficiente de este primer término debe ser 1.



$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

Gráficamente podemos ver que lo que se traza es un rectángulo de base (x + a) y altura (x + b), se obtienen cuatro polígonos al interior del rectángulo trazado:

Un cuadrado de área x^2.

Un rectángulo de área a*b.

Un rectángulo de área b*x.

Un rectángulo de área a*x.

En los dos últimos rectángulos como ambos tienen como término común la x podemos representar su área como (a+b)x. En otras palabras para obtener el segundo término del trinomio se suman los dos términos independiente (a,b) y se multiplica esta suma por x.

EJEMPLOS:

- $(x + 5)(x + 9) = x^2 +(5+9)x + 5*9 = x^2 +14x + 45$
- $(x – 7)(x + 6) = x^2 + (– 7 + 6)x + (–7)(6) = x^2 – x – 42$
- $(x + 3)(x – 9) = x^2 + (3 – 9)x + (3)(–9) = x^2 – 6x – 27$
- $(x^3 – 5)(x^3 – 7) = (x^3)^2 + (–5 –7)x^3 + (–5)(–7) = x^6 – 12x^3 + 35$

PRODUCTO DE DOS BINOMIOS DE LA FORMA (MX + A)(NX + B): En este producto notable también obtendremos un trinomio, a diferencia del producto notable anterior los primeros términos de los binomios son semejantes (mismo literal con el mismo exponente) pero el coeficiente de al menos uno de ellos no es uno.

Para resolverlo realizamos el siguiente procedimiento:

$$\overset{1}{(mx + a)(nx + b)} = mnx^2 + \underset{2}{(an + bm)x} + \overset{3}{ab}$$

$$anx + bmx$$

1. Se multiplica el primer término del primer binomio por el primer término del segundo binomio, el producto obtenido será el primer término del trinomio respuesta.
2. Se multiplican los medios de los binomios y los extremos de los binomios, se suman estos productos, el valor obtenido es el segundo término del trinomio respuesta.
3. Multiplicamos los segundos términos de los binomios, el producto será el tercer término del trinomio respuesta.

EJEMPLOS:

$$(3x+5)(2x+7) = (3x)(2x) + \;(3*7+5*2)x + (5)(7)$$

$$10x + 21x$$

$$= 6x^2 + \;(21+10)x + 35$$

$$= 6x^2 + \;31x + 35$$

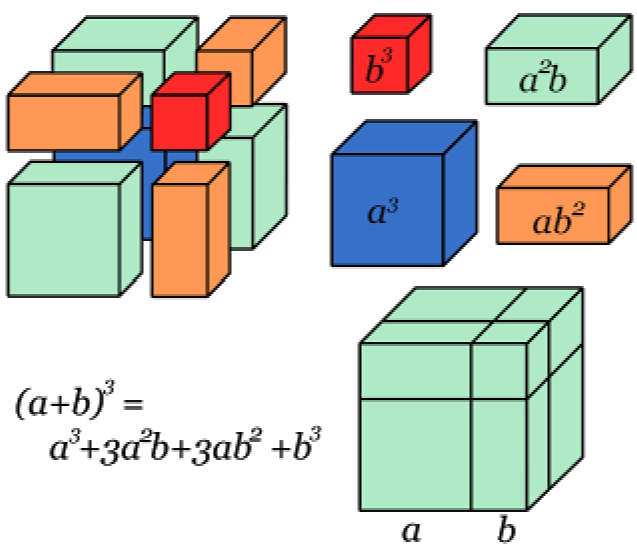
$$(x-7)(5x+9) = \;5x^2 - \;26x - 63$$

$$-\,35x + 9x$$

IMPORTANTE: Al realizar los productos se deben tener en cuenta los signos de cada uno de los términos. En el primer caso como todos los términos son positivos el segundo término del trinomio también lo es.

En el segundo ejemplo, como el segundo término del primer binomio es negativo al multiplicarlo por el primer término del segundo binomio (que es positivo), obtenemos un valor negativo (– 35x); el producto del primer término del primer binomio por el segundo término del segundo binomio es positivo porque ambos términos lo son, al reducir términos semejantes de obtiene un valor negativo.

CUBO DE LA SUMA DE DOS CANTIDADES: Este producto notable puede ser representado en forma gráfica, recordemos que el exponente tres se refiere a figuras tridimensionales.



En el siguiente enlace podrás ver una explicación de la fórmula para el cubo tanto de la suma como la diferencia de dos cantidades.

http://www.tareasplus.com/como-elevar-un-binomio-al-cubo/

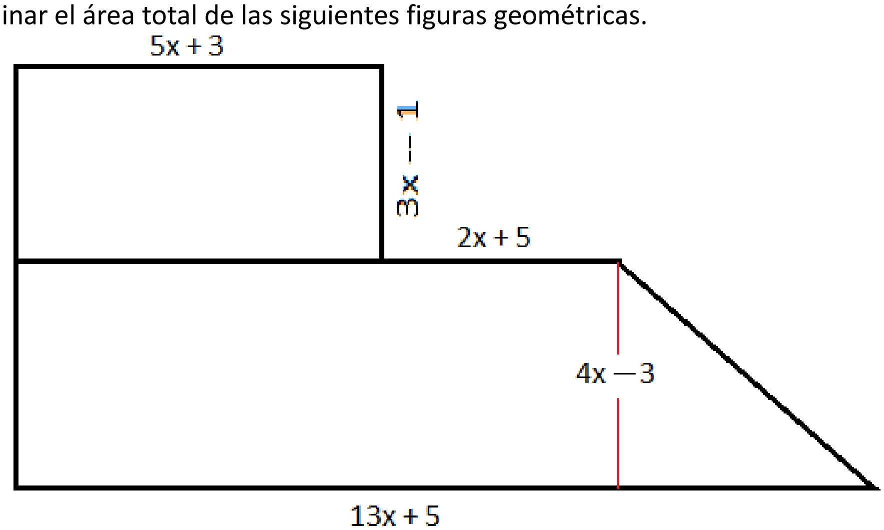
Los productos notables además de hacer más rápida la resolución de muchos ejercicios, son la base para los casos de factorización por eso es necesario tener claros los procesos.

En el enlace que encontrarás a continuación se encuentra un documento que explica los productos notables que acabamos de repasar y varios ejemplos resueltos. Es útil estudiarlo porque hace algunas aclaraciones sobre los errores más comunes que se cometen al resolver productos.

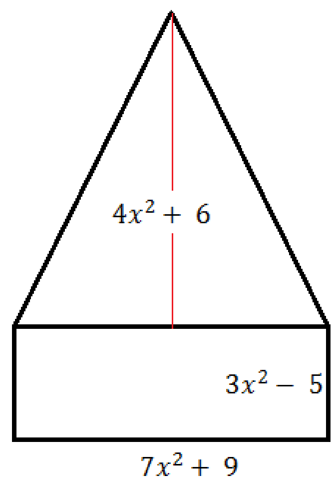
http://www.aprendematematicas.org.mx/notas/algebra/DGB1_2_4.pdf

TALLER 1

1. ¿Es $(a - b)^2 = (b - a)^2$? Explicar claramente la respuesta.
2. Calcular el área de un rectángulo cuya base mide $3x^2 - 5$ y cuya altura es $7x^2 + 9$.
3. El área de un rectángulo está dada por el trinomio 3x2 + 7x +2, se sabe que su altura es x +2, ¿cuál es la medida de la base?
4. El área de un rectángulo es $77x^2 - 3x - 104$, encontrar las medidas de su base y su altura.
5. Se desea construir una caja de forma cúbica cuyo lado (arista) mida $2m^2 - 5$, ¿cuál será el volumen de la caja?
6. Determinar el área total de las siguientes figuras geométricas.

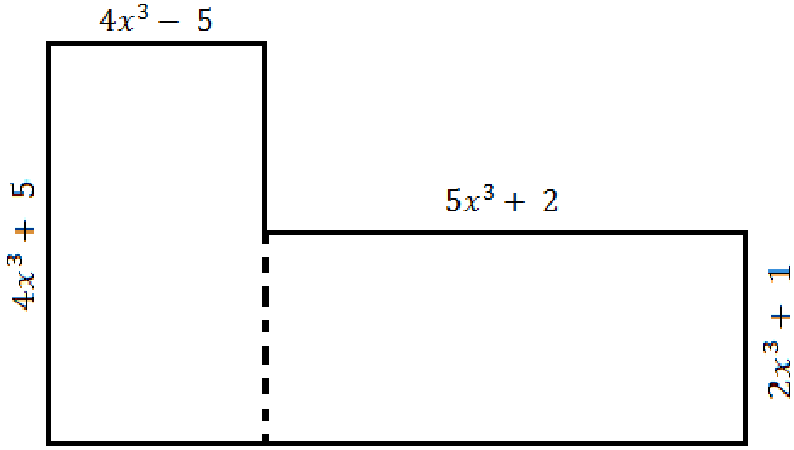


a.



b.

c.



Es la valía personal moneda que tenemos que acuñar nosotros mismos, pues recibe cada cual la estimación que a sí mismo se concede.

TEMA 2: FACTORIZACIÓN

Casos de Factorización más empleados:

CONCEPTO: RELACIÓN ENTRE LOS PRODUCTOS NOTABLES Y LOS CASOS DE FACTORIZACIÓN: Factorizar una expresión algebraica es encontrar las expresiones algebraicas que al multiplicarse dieron como resultado la expresión que tenemos, es decir, Factorizar es encontrar los factores primos de las expresiones algebraicas.

En el caso de los monomios (expresión algebraica de un solo término), para factorizarlos lo que hacemos es descomponer en factores primos el coeficiente y expresar el monomio como un producto de estos factores:

EJEMPLOS: Factorizar los siguientes monomios:

- $392x^4y^3 = 2^3 * 7^2 * x^4 * y^3$

$$\begin{array}{r|l} 392 & 2 \\ 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Después de descomponer el coeficiente en factores primos podemos afirmar que: el factor dos se repite tres veces (2^3), el factor siete se repite dos veces (7^2), y cada uno de los literales conserva el exponente que tenía inicialmente que indica la cantidad de veces que se debe multiplicar por ellos.

- $1.512m^2n^5 = 2^3 * 3^3 * 7 * m^2 * n^5$

$$\begin{array}{r|l} 1.512 & 2 \\ 756 & 2 \\ 378 & 2 \\ 189 & 3 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

En el caso de los polinomios los procesos de factorización más utilizados son los que se relacionan con los productos notables. Las relaciones se resumen a continuación:

PRODUCTO NOTABLE	CASO DE FACTORIZACIÓN
Cuadrado de la suma de dos cantidades Cuadrado de la diferencia de dos cantidades $(a \pm b)^2 =$	Trinomio Cuadrado Perfecto (TCP) $a^2 \pm 2ab + b^2$
Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades $(a+b)(a-b) =$	Diferencia de cuadrados $a^2 - b^2$

PRODUCTO NOTABLE	**CASO DE FACTORIZACIÓN**
Producto de dos binomios de la forma (x+a)(x+b) $(x+a)(x+b)=$	Trinomio de la forma x^2+bx+c
Producto de dos binomios de la forma (mx+a)(nx+b) $(mx+a)(nx+b)=$	Trinomio de la forma ax^2+bx+c

En el siguiente enlace están explicados los productos notables en relación con los casos de factorización, es importante lograr entender estos procesos porque son inversos: cuando tenemos un producto notable lo desarrollamos para encontrar la expresión algebraica a la que son equivalentes. Cuando nos piden Factorizar una expresión algebraica lo que hacemos es regresar a los binomios o expresiones que se habían multiplicado para obtenerla.

http://miwikideaula.wikispaces.com/file/view/Productos%2520Notables.pdf

CONCEPTO: TEOREMA DEL RESIDUO: El teorema del residuo es un proceso que nos sirve para determina qué residuo se obtendrá al dividir un polinomio por un binomio de exponente 1, este proceso resulta útil para Factorizar expresiones algebraicas cuyo exponente es 3 o más y que no pueden ser factorizadas aplicando alguno de los casos de factorización vistos previamente.

El teorema del residuo se aplica de la siguiente manera: se reemplaza en el polinomio dado la variable por un valor cualquiera, el valor obtenido será el residuo de la división entre el polinomio y el binomio formado por la variable y el inverso aditivo del valor que tomamos.

EJEMPLO:

- Dado el polinomio $x^4-\ 2x^3-13x^2+14x+24$, encontrar el residuo para x = 3

  $(3)^4-\ 2(3)^3\ -\ 13(3)^2+\ 14(3)+\ 24\Rightarrow$Lo que acabamos de hacer es reemplazar por 3 la x en todos los términos del polinomio, realizamos las operaciones indicadas.

  $81-2(27)-13(9)+14(3)+24\Rightarrow$ Resolvemos primero los exponentes.

  $81-54-117+42+24\Rightarrow$ Resolvemos los productos.

  $(81+42+24)-(54+117)\Rightarrow$ Sumamos todos los valores positivos y todos los valores negativos.

  $147-171\Rightarrow-24\Rightarrow$ Este valor nos dice que si dividimos el polinomio $x^4-\ 2x^3-13x^2+14x+24$, entre el binomio x – 3, obtendremos un residuo de – 24.

  COMPROBEMOS:

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
\cancel{x^4} & -\ 2x^3 & -13x^2 & +14x & +24 & x-3 \\ \cline{6-6}
-\cancel{x^4} & +3x^3 & & & & x^3+x^2-10x-16 \\ \cline{1-5}
 & \cancel{x^3} & -13x^2 & +14x & +24 & \\
 & -\cancel{x^3} & +3x^2 & & & \\ \cline{2-5}
 & & -\cancel{10x^2} & +14x & +24 & \\
 & & \cancel{10x^2} & -30x & & \\ \cline{3-5}
 & & & -\cancel{16x} & +24 & \\
 & & & \cancel{16x} & -48 & \\ \cline{4-5}
 & & & & -\ 24 &
\end{array}
$$

El teorema del residuo nos había indicado que al realizar la división obtendríamos un residuo de – 24.

¿Cómo aplicamos el teorema del residuo en la factorización? Realizamos el siguiente proceso:

1. Ordenamos el polinomio dado (en orden descendente preferiblemente), descomponemos el término independiente en factores para encontrar todos sus divisores. Usemos como base el mismo polinomio:

$$
\begin{array}{r|l}
24 & 2 \\
12 & 2 \\
6 & 2 \\
3 & 3 \\
1 &
\end{array}
$$

Una vez realizada la descomposición en factores primos podemos afirmar que son divisores del 24:

$$1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 6, -6, 8, -8,$$
$$12, -12, 24, -24$$

IMPORTANTE: Todos los divisores se toman con signo positivo y negativo.

2. Reemplazamos los divisores del término independiente en el polinomio, hasta encontrar uno cuyo residuo sea cero. Si el residuo es cero, quiere decir que la división es exacta, por tanto el binomio formado por la variable y el inverso aditivo del número es un factor del polinomio dado. En el ejercicio anterior tenemos.
   - x = 1 ⇒ $(1)^4 - 2(1)^3 - 13(1)^2 + 14(1) + 24 = 1 - 2 - 13 + 14 + 24 = 24$
   - x = – 1 ⇒ $(-1)^4 - 2(-1)^3 - 13(-1)^2 + 14(-1) + 24 =$

   $$1 + 2 - 13 - 14 + 24 = 0$$

   Al reemplazar el valor -1 obtenemos residuo cero, es decir, el polinomio es divisible por x + 1 (inverso aditivo del número). Verifiquemos:

$$
\begin{array}{r|l}
\cancel{x^4} - 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24 & x + 1 \\
\cancel{-x^4} - x^3 & \overline{x^3 - 3x^2 - 10x + 24} \\
\hline
\cancel{-3x^3} - 13x^2 + 14x + 24 & \\
\cancel{3x^3} + 3x^2 & \\
\hline
\cancel{-10x^2} + 14x + 24 & \\
\cancel{10x^2} + 10x & \\
\hline
\cancel{24x} + \cancel{24} & \\
\cancel{-24x} - \cancel{24} & \\
\hline
\end{array}
$$

¿Qué implica este resultado? Que ya tenemos dos factores para el polinomio: El divisor y el cociente.

$$x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24 = (x + 1)(x^3 - 3x^2 - 10x + 24)$$

Como el segundo factor tiene exponente tres, podemos seguir Factorizando. Reemplazamos nuevamente los factores que obtuvimos para el término independiente. Aclaración: Si ya reemplazamos algún valor y el resido no fue cero no es necesario volver a usar este valor en el nuevo polinomio obtenido. En nuestro caso ya descartamos x = 1.

- x = –1 $\Rightarrow$ $(1)^3 - 3(1)^2 - 10(1) + 24 = 1 - 3 - 10 + 24 = 12$ (Usamos nuevamente el –1 porque podría darse el caso de que el factor lo podamos usar dos veces).
- x = 2 $\Rightarrow$ $(2)^3 - 3(2)^2 - 10(2) + 24 = 8 - 12 - 20 + 24 = 0$, acabamos de encontrar un factor para nuestro polinomio: x – 2.

$$
\begin{array}{r|l}
\cancel{x^3} - 3x^2 - 10x + 24 & x - 2 \\
\cancel{-x^3} + 2x^2 & \overline{x^2 - x - 12} \\
\hline
\cancel{-x^2} - 10x + 24 & \\
\cancel{x^2} - 2x & \\
\hline
\cancel{-12x} + \cancel{24} & \\
\cancel{12x} - \cancel{24} & \\
\hline
\end{array}
$$

La factorización del polinomio inicial queda ahora:

$$x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24 = (x + 1)(x + 2)(x^2 - x - 12)$$

Para terminar la factorización analizamos el último factor escrito, es un trinomio de la forma x^2+bx+c, para factorizarlo tomamos en cuenta que vamos a obtener dos binomios, el primer término de cada binomio es la raíz cuadrada de x^2, es decir, x. El signo del primer binomio es el mismo signo del segundo término del trinomio (en este caso menos), el signo del segundo binomio se obtiene al multiplicar el signo del segundo término del trinomio por el signo del tercer término del trinomio (–)(–) = +.

$$(x- \quad)(x+ \quad)$$

Como los signos de los paréntesis son contrarios, buscamos dos números que multiplicados den 12 y restados 1, los números son 4 y 3. Recordemos que se escribe en el primer paréntesis el número más alto.

$$(x-4)(x+3)$$

El polinomio inicial queda factorizado así:

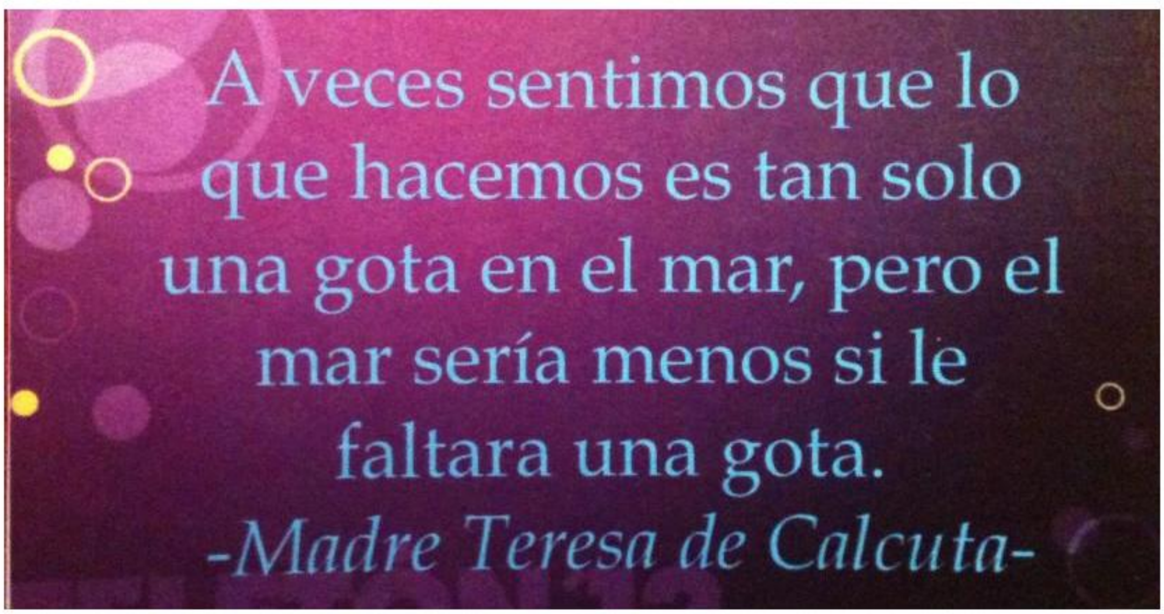
RESPUESTA: $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24 = (x+1)(x+2)(x-4)(x+3)$

TALLER 2

Resolver todas las preguntas y ejercicios planteados en el enlace (http://miwikideaula.wikispaces.com/file/view/Productos%2520Notables.pdf), páginas 7 a la 25.

Usar el teorema del residuo para Factorizar los siguientes polinomios:

1. $2x^4 - 7x^3 - 5x^2 + 28x - 12$
2. $x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 2x + 15$



TEMA 3: MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO Y MÁXIMO COMÚN DENOMINADOR DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

CONCEPTO: MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS: El mínimo común múltiplo se define como la expresión más pequeña que es a la vez múltiplo de todos los valores o expresiones dadas. El método más razonable para encontrar el mínimo común múltiplo (mcm), es la descomposición en factores primos. Una vez se tiene la descomposición en factores se toman todos los factores distintos y con el mayor exponente y se desarrolla el producto.

En los monomios se descompone el coeficiente y en los polinomios se aplican los diversos casos de factorización. En el siguiente enlace aparece un video explicativo del proceso, debes estudiarlo y determinar qué parte del proceso puede presentarte dificultad para preguntar a la docente:

http://www.tareasplus.com/mcm-de-expresiones-algebraicas/

CONCEPTO: MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS: El máximo común divisor es el número o expresión algebraica más alta que es a la vez divisor de varias expresiones dadas. Para determinar el máximo común divisor (mcd) comenzamos por descomponer en factores primos las expresiones dadas. Una vez hecho, tomamos únicamente los factores que son comunes (se repiten) en todas las expresiones dadas y con el menor exponente.

Ejemplos:

- $mcd(3.780x^3y^4z^2, 4.725x^5y^3z^4, 5.670x^4y^5z^2, 8.505x^2y^3z^5) =$

3.780	2	4.725	3	5.670	2	8.505	3
1.890	2	1.575	3	2.835	3	2.835	3
945	3	525	3	945	3	945	3
315	3	175	5	315	3	315	3
105	3	35	5	105	3	105	3
35	5	7	7	35	5	35	5
7	7	1		7	7	7	7
1				1		1	

Descomponemos en factores primos los coeficientes, después seleccionamos (en este caso con una circunferencia roja), los factores que se repiten en todos los números descompuestos. Nos queda:

$$mcd(3.780x^3y^4z^2, 4.725x^5y^3z^4, 5.670x^4y^5z^2, 8.505x^2y^3z^5) = 3^3 * 5 * 7x^2y^3z^2$$

$= 27 * 35x^2y^3z^2 = 945x^2y^3z^2 \Rightarrow$ Multiplicamos los factores con lo cual obtenemos el coeficiente del mcd. Para los literales se toman sólo los que son comunes (en este caso x, y, z), con el menor exponente que tenga en los monomios dados.

RESPUESTA:

$$mcd(3.780x^3y^4z^2, 4.725x^5y^3z^4, 5.670x^4y^5z^2, 8.505x^2y^3z^5) = 945x^2y^3z^2$$

- $mcd(12x^2 + 5x - 2; 4x^2 + 11x - 3; 16x^2 - 8x + 1) =$

Descomponemos cada trinomio en factores primos (factorizamos):

$12x^2 + 5x - 2 = (4x - 1)(3x + 2) \Rightarrow$ Es un trinomio de la forma $ax^2+bx + c$, proceso de factorización:

$(12x^2 + 5x - 2) * (12)$ ⇒Multiplicamos el trinomio por el coeficiente del primer término.

$144x^2 + 5(12x) - 24$⇒ Recuerda que el segundo producto se deja indicado: 5(12x).

$(12x + \quad)(12x - \quad)$⇒ Como los signos son contrarios debemos buscar dos números que multiplicados den 24 y restados 5, los números son 8 y 3. Recuerda que se escribe el mayor en el primer paréntesis.

$(12x + 8)(12x - 3)$⇒Para terminar, debemos dividir los factores obtenidos por el mismo número que multiplicamos inicialmente, en este caso, ninguno de los términos independientes (8 y 3) es divisible por 12, lo que hacemos es dividir por factores del 12: el primer paréntesis los dividiremos por 4 y segundo por 3.

$\frac{(12x+8)}{4} * \frac{(12x-3)}{3} = (3x + 2)(4x - 1)$⇒ Ya tenemos los dos factores del trinomio

$4x^2 + 11x - 3 = (4x - 1)(x + 3)$⇒ Este trinomio es del mismo tipo que el anterior, se le realiza el mismo procedimiento.

$16x^2 - 8x + 1 = (4x - 1)^2 \Rightarrow$ Este es un trinomio cuadrado perfecto, para factorizarlo sacamos la raíz cuadrada del primer y el tercer término:

$$\sqrt{16x^2} = 4x$$
$$\sqrt{1} = 1$$

Después de que verificamos que ambos términos tenían raíz cuadrada exacta calculamos el doble producto de estas raíces:

$$2(4x)(1) = 8x$$

Si el valor obtenido es igual al segundo término del trinomio, tenemos un trinomio cuadrado perfecto. ¿Cómo lo factorizamos? Formamos un binomio así: la raíz cuadrada del primer término del trinomio, el signo del segundo término del trinomio, la raíz cuadrada del tercer término del trinomio; este binomio lo elevamos al cuadrado.

$$16x^2 - 8x + 1 = (4x - 1)^2$$

Para terminar vamos a colocar todas las factorizaciones aquí:

$12x^2 + 5x - 2 = (4x - 1)(3x + 2)$

$4x^2 + 11x - 3 = (4x - 1)(x + 3)$

$16x^2 - 8x + 1 = (4x - 1)^2$

Para el máximo común divisor sólo tomamos los factores que se repiten en todos los polinomios, en este caso (4x – 1), en el tercer trinomio este factor se repite dos veces (tiene exponente dos), para le mcd lo tomamos con el menor exponente: uno.

$$mcd(12x^2 + 5x - 2; 4x^2 + 11x - 3; 16x^2 - 8x + 1) = (4x - 1)$$

Cuando los polinomios no son fácilmente factorizables se emplea el método de divisiones sucesivas, la explicación de este método se encuentra en el siguiente enlace (en la parte media de la página hacia abajo):

http://www.opentor.com/algebra-1-gonzalez-mancil/maximo-comun-divisor-de-varios-polinomios-por-divisiones-sucesivas-parte-1.html

TALLER 3

1. $mcm(63m^2n, 198m^2n^3p, 264mp^4)$

2. $mcm(27x^2, 45x^3y^2, 147xyz^2, 245y^3z^2)$

3. $mcm(567x^2z, 392xy^3, 2.268y^2z^3, 1.764x^3z^4)$

4. $mcm(x^2 + x - 6, 3x^2 - 5x - 2, 6x^2 - 7x - 3)$

5. $mcm(4x^2 + 17x + 4, 12x^2 - 17x - 5, x^2 - 16, 3x^2 - 17x + 20)$

6. $mcd(9.100m^3n^7, 13.650m^6n^8p^6, 25.025m^2n^2, 15.925m^8n^9)$

7. $mcd(15.488x^5y^6, 34.848x^9y^8, 50.336x^4y^{10}, 23.232x^8y^6z^7)$

8. $mcd(21x^2 - 46x - 7, 14x^2 - 33x - 5, 6x^2 - 29x + 35)$

9. $mcd(2x^4 + x^3 - 11x^2 - 4x + 12, 2x^3 - x^2 - 4x + 3, 6x^3 + 7x^2 - 7x - 6)$

10. $mcd(5x^3 + 3x^2 - 5x - 3, 10x^3 + 11x^2 - 12x - 9, 25x^4 - 20x^3 - 26x^2 + 12x + 9)$